PANORAMA
PRO-
PUESTA.

Recibido:
noviembre de 2013
Aceptado:
marzo de 2014

CONSTRUCCIÓN DE ESCENARIOS FUTUROS EN MATEMÁTICAS

Construction of Future Scenarios in Mathematics

César Iván **Tinoco Torres***

* Licenciado en Matemáticas y Física. Candidato a Magíster en Tecnología Educativa y Medios Innovadores para la Educación - Universidad de Bucaramanga - Instituto Tecnológico de Monterrey.

RESUMEN

La enseñanza de la matemática escolar no ha estado en el contexto, necesidades y deseos de los estudiantes y se ha mantenido ligada a la consecución de objetivos específicos, directos y "medibles" en términos de un programa académico rígido que en general no fue concertado con los estudiantes y tampoco con el profesor. Esta propuesta surge de las recomendaciones de la investigación "El juego como estrategia de aprendizaje en las nociones de Números Enteros y la Recta Numérica que garanticen el reconocimiento del Sistema de Numeración Decimal". Se presentaron sugerencias para la construcción e implementación de elementos didácticos que garanticen la asimilación de conceptos claves en la educación primaria proponiendo abordar escenarios futuros en la vida académica de los estudiantes, es decir, construir un andamiaje de contenidos temáticos relacionados, y en lo posible, vinculados con elementos de otras asignaturas que permitan la adquisición de conocimiento no en forma lineal y secuencial, sino en forma estructurada.

Palabras clave: números enteros, sistema de numeración decimal, suma algebráica, juego y matemáticas, números negativos, recta numérica, escenarios futuros, estructuras de conocimiento, linealidad.

ABSTRACT

The teaching of school and high school math is not in the context, the needs or desires of students and remains linked to the achievement of a specific objective, direct and "measurable" in terms of a rigid academic program in general was not concerted with the students and sometimes neither with the teacher. This proposal emerge from the recommendations of the research "The game as a learning strategy in notions of whole numbers and the numeric line to guaranty the recognition of the Decimal Numbering System". It shows suggestions for the construction and implementation of educational elements to guarantied the assimilation of key concepts in elementary and concludes with the proposal to get on board of future scenarios in the academic lives of students, in effect, build a scaffolding of related theme content and at the best possible, linked with elements of other subjects allowing the acquisition of knowledge not in a lineal and sequential manner, but in a structured way.

Introducción

Como resultado de los bajos niveles académicos en matemáticas de los estudiantes que ingresan a la universidad, se decide el inicio de una indagación regular a todos los que ingresaban a cualquier carrera profesional en la Universidad de Cundinamarca. Durante siete semestres se realizaron pruebas diagnósticas en el primer semestre de todos los programas académicos y se pudo evidenciar que la gran mayoría de alumnos llegan con conocimientos matemáticos muy débiles, llamando la atención que dicha debilidad se encontraba en la formación de nociones básicas que se debieron haber aprendido en la escuela primaria y el preescolar.

Participé en un gran número de congresos de educación matemática, en uno de ellos llamó mi atención una cita que se refería al libro del matemático Ian Stewart "De aquí al infinito "quien decía "uno de los mayores problemas con que cuenta la matemática hoy día, es el de explicar a los demás de qué se trata. Los aderezos técnicos de esta materia, su simbolismo y expresiones formales, su desconcertante terminología, su aparente deleite con cálculos larguísimos: todo ello tiende a ocultar su auténtico carácter" (2009, p. 7) y pensé ¿por qué pasa esto? ¿Qué estamos haciendo mal?

Cuando terminé de leer el libro "El diablo de los números" del poeta y ensayista alemán Hans Magnus Enzensberger, surgió la idea de adelantar las clases usando el juego como estrategia de aprendizaje ¿pero cómo jugar haciendo demostraciones? ¿Cómo garantizar el desarrollo de contenidos jugando con una ciencia tan exacta como la matemática? Pensé entonces que no era necesaria esa exactitud y rigurosidad temática al momento de abordar los contenidos, pues no estamos preparando matemáticos, dichos contenidos no pueden ser camisas de fuerza que se imponen de forma lineal y secuencial en las clases de matemáticas. Este pensamiento coincidía con el documento: Estándares básicos de competencias matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN), da unas pautas y establece la importancia de asumir "la clase como una comunidad de aprendizaje donde docentes y estudiantes interactúen para construir y validar conocimiento, para ejercer la iniciativa y la crítica y para aplicar ese conocimiento en diversas situaciones y contextos". (Ministerio de Educación Nacional, p. 48)

Decidí arriesgarme e iniciar el proceso de crear estrategias que garantizaran que a los estudiantes les gustara la matemática, así que dejé de lado las demostraciones rigurosas y la linealidad que imponen los contenidos programáticos que en su gran mayoría no son otra cosa que los índices de los libros de texto. Enseñar jugando se convirtió en mi obsesión en las clases de matemáticas, jugar es lo que más nos gusta a los seres humanos, el juego como estrategia mediadora del aprendizaje que garantice "incorporar en los procesos de formación de los educandos una visión de las matemáticas como actividad humana culturalmente mediada y de incidencia en la vida social, cultural y política de los ciudadanos" (MEN, 1998).

Como docente de matemáticas usaba gran parte del tiempo para hacer planas y resolver ejercicios en el tablero, pues era la forma como las directivas verifican si un profesor y sus estudiantes están cumpliendo con los contenidos programáticos y objetivos de la enseñanza matemática. Sabía que los padres de familia se sienten satisfechos con lo que sus hijos aprenden en la escuela, al constatar en los cuadernos de sus hijos un número significativo de ejercicios, por tal motivo era necesario vincular al proceso a los padres de familia, pues ellos contribuyen a la formación matemática de sus hijos, entendida como "actividad social y también, como actividad científica, donde cada individuo del entorno social ha de lograr competencia en el manejo de los sistemas de representación matemáticos y en sus operaciones" (Rico, p. 40, 1999).

Lentamente fui construyendo el camino a la preparación para la enseñanza de las matemáticas con un nuevo enfoque, sin dejar de lado el rigor científico y el amor por el arte, decidí ir donde consideraba iniciaba el problema, en la formación de los cimientos, en las bases, es decir, en la escuela primaria, cuando el estudiante inicial el camino del reconocimiento numérico y sus aderezos.

Preguntas preliminares

Las prácticas pedagógicas en la enseñanza de las matemáticas escolares se reducen a presentar los algoritmos de la suma, resta, multiplicación y división de Números Naturales. En el preescolar los estudiantes aprendieron los dígitos y el conteo, ahora deben manipular sus operaciones. ¿Por qué sólo se abordan los Números Naturales en el preescolar y en los primeros cursos de educación básica primaria? ¿Por qué mantener esta práctica en el quehacer de la enseñanza matemática a pesar de los resultados tan desalentadores de las Pruebas Saber y en las pruebas internacionales como la prueba PISA?

Durante casi toda la primaria se hacen ejercicios que buscan garantizar que el estudiante manipule a la "perfección", de manera mecánica y de memoria, las operaciones con Números Naturales y en ocasiones apenas se aborda el conjunto de los Números Racionales señalándolos como quebrados conformados por otros dos números llamados, numerador y denominador. ¿Está bien afirmar tan tajantemente que una fracción son dos números? ¿Por qué no decimos lo mismo cuando hablamos, por ejemplo, del número 15?

Cuando se inicia la secundaria, por fin llegan los Números Enteros, los Números Racionales y a partir del grado 8º grado se presentan los Números Reales, pues ahora vienen las funciones, ecuaciones, gráficas y sus propiedades. Al final del ciclo de bachillerato, se hace un intento por presentar los conceptos científicos básicos de las ciencias exactas como la física, la química, la trigonometría y el cálculo. ¿Puede un lector desprevenido imaginar la cantidad de ejercicios y planas que un estudiante ha realizado en estos primeros 12 años de educación básica, en una asignatura que por lo general se estudia todos los días 2 horas diarias? ¿Se puede comparar este número con lo que ha significado dicho esfuerzo en la vida cotidiana de un estudiante?

¿Por qué enseñar matemáticas?

Normalmente respondemos a los estudiantes que enseñamos matemáticas porque les va servir para la vida, sin embargo lo que hacemos no está ni siquiera en el contexto presente de ellos, también lo hacemos por que es una ciencia que entrena el pensamiento y prepara para la solución de problemas, no obstante, lo que tradicionalmente se hace en clase no son precisamente problemas, debemos tener claro que enseñamos matemáticas por que "se refiere a la actividad intencional mediante la que se lleva a cabo la construcción, comprensión, transmisión y valoración del conocimiento matemático" (Rico y otros, 1999). Al revisar los planes de estudio de esta asignatura desde el preescolar hasta grado 11, se puede apreciar que se prepara a los estudiantes para ser futuros matemáticos, posiblemente, lo mismo suceda con los programas de ciencias sociales, español, biología, etc. Si bien es cierto que la matemática es importante en la enseñanza básica, no lo es la forma en que tradicionalmente se hace. Es necesario modificar las prácticas pedagógicas y los objetivos que se plantean al abordar este o aquel contenido programático.

Enseñamos matemáticas además, porque es una disciplina que ayuda a fortalecer procesos de pensamiento, análisis, discusión, verificación de hipótesis y discusión de resultados, no para hacer lo que hacen las calculadoras o los sistemas de cálculo por computador. Si al final del ciclo escolar se le pide a un estudiante que calcule operaciones y obtenga resultados como lo hace una calculadora ¿vale la pena enviar el niño al colegio?

En su momento fue importante saber sumar, restar, multiplicar, dividir, calcular funciones trigonométricas y evaluar una función y su gráfica a mano, no había otra opción, las únicas herramientas con las que contábamos, antes de 1970, eran el lápiz y el papel, la tiza y el tablero, pero ahora no, ahora se cuenta con medios tecnológicos que hacen ese trabajo por nosotros, entonces vale la pena cuestionarnos ¿cómo aprovechar el tiempo que ahorran las estos medios y avanzar en la construcción de contenidos matemáticos futuros con los elementos del presente que garanticen la formación de pensamiento matemático?

Carlos Frabetti, plantea la posibilidad de abordar elementos matemáticos a partir de la historia y la lógica, gracias a su formación como matemático y escritor. En uno de sus cuentos narra la historia de la construcción del Sistema de Numeración Decimal así: "Había una vez, hace mucho tiempo, un pastor que solamente tenía una oveja, como sólo tenía una no necesitaba contarla..." (Frabbeti, 2006, p.9) esta historia continúa en una novela infantil que muestra en forma amena no sólo cómo construimos nuestro sistema de numeración sino por qué estudiamos matemáticas.

Propuesta

Construcción de escenarios futuros

No es fácil cambiar nuestras prácticas pedagógicas, mucho menos cuando durante años se han practicado siguiendo tal o cual método, sin embargo, se podrían promover escenarios futuros de aprendizaje que ayuden a construir las nociones y conceptos matemáticos en los cursos posteriores. Un escenario futuro de aprendizaje es un conjunto de elementos (nociones y/o conceptos) que se abordarán en cursos posteriores de matemáticas y que, dada la pertinencia del tema de estudio, permiten la vinculación o mención con nociones y conceptos con los que el estudiante se encontrará en cursos posteriores y que en el momento, o no están en el plan de estudios, o las habilidades cognitivas y conceptuales del estudiante no están maduras para abordar dicho tema en toda su magnitud.

Crear escenarios futuros consiste en construir un andamiaje de contenidos temáticos relacionados con contenidos temáticos futuros y en lo posible vinculados con elementos de otras asignaturas, es decir, poner en práctica las propuestas transversales. Si se trabaja por proyectos, mucho mejor porque el proyecto generalmente es flexible y permite una nueva definición de objetivos y métodos.

Discusión

Los siguientes ejemplos presentan algunas formas de abordar conceptos futuros en escenarios presentes.

Ejemplo 1. Área de una figura geométrica

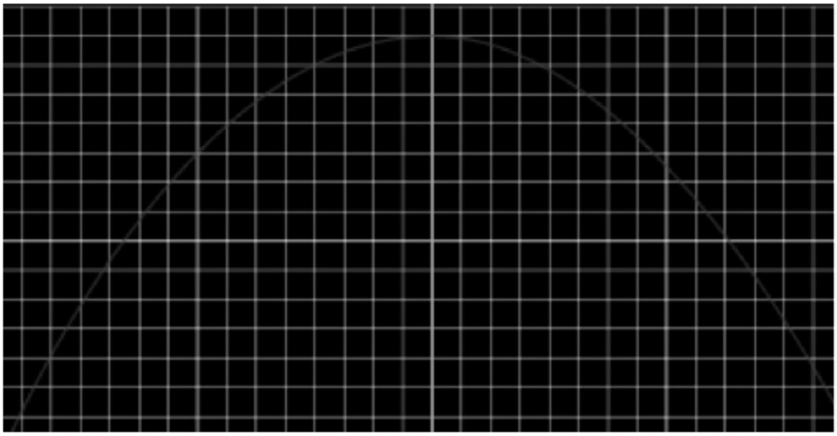
Actualmente se usan dos tipos de metodología como base del trabajo pedagógico, la conductista y la constructivista, veamos cómo se abordan desde las dos tendencias pedagógicas un tema en particular: área de una figura geométrica plana.

En el primer caso, el profesor define lo que es una figura plana y una figura regular que se dibuja en el plano, pues el estudiante "entiende figuras en dos dimensiones". (¿Cuántas dimensiones tiene el mundo del niño?) Luego dibuja y describe a manera de definición las figuras clásicas: cuadrado y rectángulo, seguidamente establece las dimensiones y explica las fórmulas para calcular el perímetro y el área de cada una de ellas. En el segundo caso, el docente dibuja una figura sobre un papel (plano), los niños la colorean, luego la cortan y luego cada niño toma un pedazo de la figura y el docente motiva las preguntas detonadoras y con ellas las respuestas ¿cuántas partes tiene esta figura? ¿Cuántas podría tener? ¿Cómo se puede formar de nuevo la figura? ¿Crecerá o disminuirá la figura al armarla de nuevo? entre otras. Cualquiera sea la metodología usada (conductista o constructivista) se aborda la temática con una intención específica de construir o definir propiedades de las figuras geométricas planas acorde con los lineamientos del plan de estudios. Luego vienen otras figuras, triángulo, rombo, trapecio, circulo y así sucesivamente.

Sobre las sugerencias de la investigación

Una de las propuestas de la investigación es recrear escenarios futuros en el ámbito matemático a manera de la construcción de nociones, esto es, aprovechar situaciones particulares para iniciar conceptos más avanzados que aparecerán en los contenidos temáticos de cursos superiores, por ejemplo: si se está hablando del área de una figura geométrica plana, en la cual los estudiantes emplean el concepto de medida de la superficie y calculan con destreza el valor asociado a la superficie, por ejemplo, de un rectángulo, podrían proponerse ejercicios como calcular el área debajo de la siguiente curva:

FIGURA 1. Propuesta para calcular el área bajo la curva.



Por supuesto que un maestro ortodoxo dirá: ¿está usted loco? los niños no han visto funciones, menos aún, curvas cuadráticas y no tienen idea del plano cartesiano". Durante años me he atrevido a hacer estas propuestas y la variedad de respuestas de los estudiantes es sorprendente al estimular su creatividad y garantizar que se apropien del conocimiento para que aporten ideas a la solución de problemas. Se puede orientar la situación para calcular el área bajo la curva con aproximaciones de Riemann, sin mencionarlo (no es necesario). La propuesta entonces continúa de la siguiente manera:

A partir de estos supuestos surgen nuevas situaciones que explican que el área encontrada no es realmente el área que encierra la curva, es una aproximación. Surgen las preguntas detonadoras: ¿cómo hacer para que el valor sea cada vez más cercano al valor del área por debajo de la curva? Ante este tipo de preguntas, la experiencia muestra que los niños sobresalen en hacer propuestas: "las coloreamos, contamos los cuadritos, dibujamos más rectángulos, los hacemos más pequeños", etc. Lo que se está haciendo no es otra cosas que abonando el terreno para nociones futuras, de límite, sumatoria, y por supuesto, de integral. El maestro debe planear muy bien el ejercicio para que sea posible el conteo con cuadritos y también con medidas usando la regla.

Ejemplo 2. Función Lineal.

Normalmente, no se elaboran gráficas de funciones en la escuela primaria por que es necesario (¿indispensable?) la construcción y reconocimiento de los Números Reales y de esta manera, poder hablar de dominio y recorrido de una función. Sin embargo, se pueden construir relaciones funcionales que recreen situaciones similares o nociones muy cercanas a lo que serían gráficas de funciones.

Por ejemplo, si se necesita practicar las operaciones de multiplicar y operaciones combinadas de suma, resta y multiplicación con estudiantes de 3º grado de educación básica primaria. En lugar de desgastarlos haciendo planas, se podría proponer dibujar algunas “funciones lineales” para dominios enteros, por ejemplo: $f(x) = 3x$, para el dominio formado por el conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} pero además, hacer las gráficas de dichas relaciones y promover aproximaciones. Por supuesto, para esto se necesita del Plano Cartesiano, pero esto parece elemental para un estudiante de primaria si se compara con las calles y carreras de la ciudad o en su defecto (para estudiantes del campo) con las filas y columnas que forman los pupitres del salón o

FIGURA 2. Cálculo de área aproximada con los conocimientos de un niño de 3 grado que manipule la noción de área de un rectángulo.

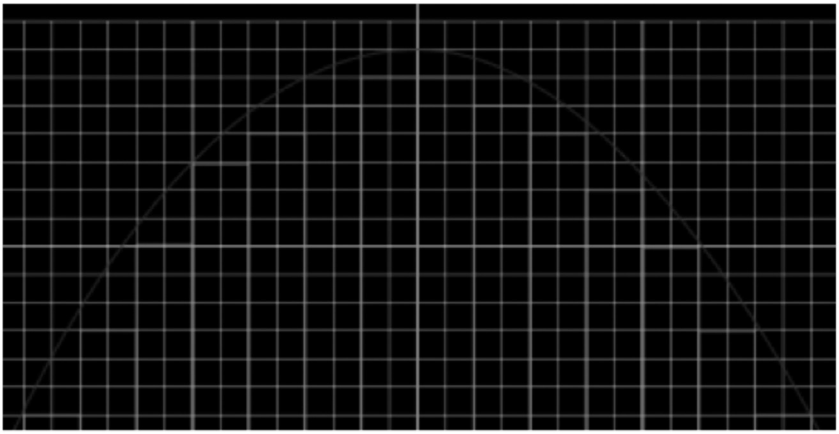
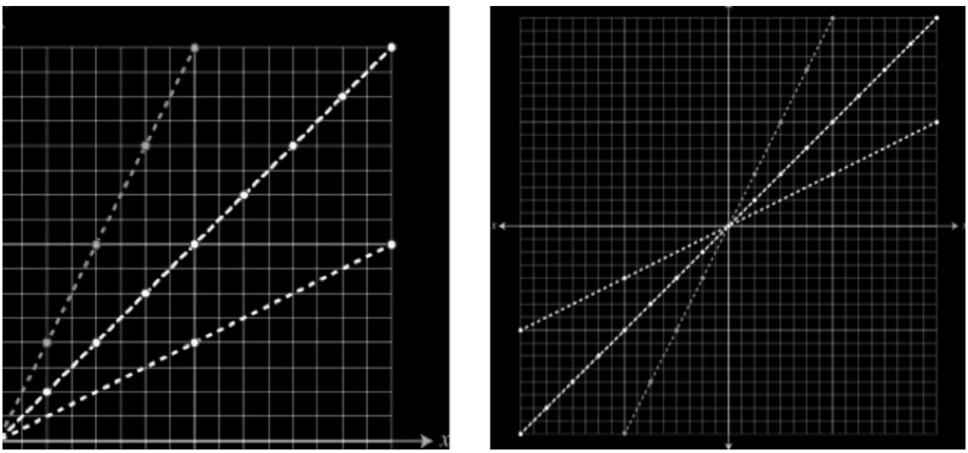


FIGURA 3. Representación de 3 tablas de multiplicar del 1, del 2 y del 1/2 en el Plano Cartesiano, primero en el primer cuadrante y luego en los 4 cuadrantes.



los surcos de los cultivos o mejor si en cursos anteriores se ha implementado el uso de la Recta Numérica. En este orden de ideas, un ejercicio interesante sería crear el dibujo de la tabla de multiplicar del 1, 2 y 1/2, en el Plano Cartesiano.

La figura 3 presenta el resultado esperado de esta actividad, a partir de la cual surgen gran cantidad de preguntas y con ellas el estímulo de la creatividad. Este ejercicio propone no sólo una nueva interpretación de las tablas a partir de una relación funcional donde el valor de la tabla es la pendiente de la recta o derivada de la función (escenarios futuros), sino que además abre el camino para exponer las nociones de escalas y proporciones. Lo que el estudiante estable en una operación aritmética con tablas de multiplicar son parejas de números, lo que falta es ubicarlos en el Plano Cartesiano. Para evitar dificultades se debe iniciar con el primer cuadrante y prolongar las rectas que unen los puntos para que al final se pueda apreciar el Plano Cartesiano completo.

Ejemplo 3.
Elementos de variación.

Otro ejemplo en el caso de decidir ejercitar las operaciones básicas, se podría construir una tabla de datos de una función, no a partir del reemplazo de números por la variable, sino a partir de la construcción de su variación como elemento determinante de la función. Por ejemplo, considerar la función *f(x)* =

FIGURA 4. Construcción de una tabla de valores para la función *f(x) = 2x +5.*

$f(x) = 2x + 5$

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$f(x)$	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125

FIGURA 5. Construcción de una tabla de valores para la función *f(x) = 2x + 5* a partir de la variación de la función.

60 - 55

Variación									5	5	5	5	
x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$f(x)$									85	95	105	115	125
Variación									10	10	10	10	

125-115

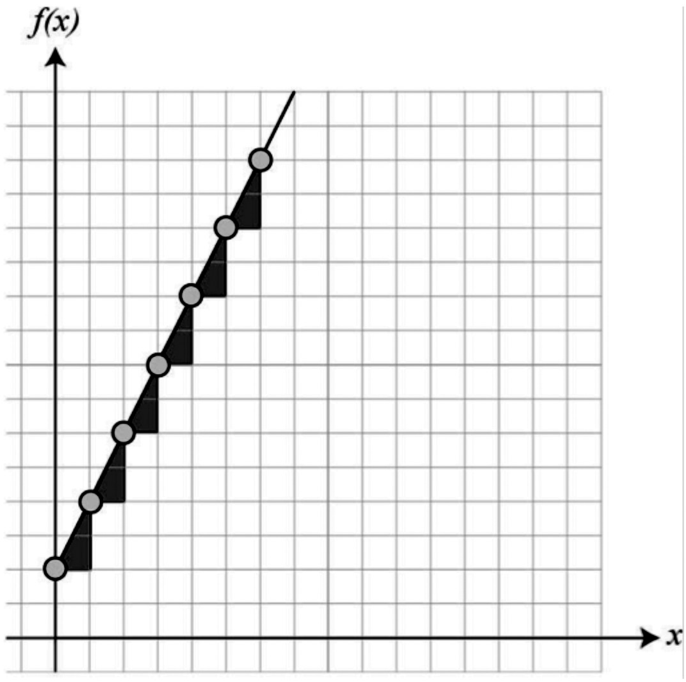
$2x + 5$, para graficar esta función una de las alternativas más usadas es construir una tabla de datos y ubicar los puntos en el Plano Cartesiano, otra forma de construirla, es calcular la variación de la función a partir de dos valores específicos donde se evidencie que a cambios iguales en la variable x corresponden cambios iguales en la variable y. La construcción de la tabla tradicionalmente arrojaría los siguientes resultados para los 10 primeros múltiplos de 5.

La tabla se ha completado haciendo el remplazo $f(a) = 2a + 5$, sin embargo para recrear el escenario futuro del cálculo diferencial, se puede proponer construir la tabla a partir de la variación, que en este caso es constante. Se aprecia que para cambios iguales en x, corresponden cambios iguales en $f(x)$ y la relación de estos cambios es 2, es decir la derivada de la función.

Si se quiere reforzar la idea de variación a partir de la construcción gráfica de la derivada como pendiente de la "curva" en el punto, basta con hacer la gráfica de los puntos, aproximarlos a una recta y dibujar triángulos sobre dicha recta de tal forma que sea evidente la pendiente o inclinación de cada triángulo es 2. La siguiente gráfica presenta este resultado.

Para ir más lejos, se puede proponer a estudiantes de primaria dibujar funciones lineales a partir de la definición de la función identificando la idea de pen-

FIGURA 6. Interpretación gráfica de la función $f(x) = 2x + 2$ reforzando la idea de la pendiente (derivada) de la recta en los puntos.



diente con pasos (movimiento a derecha o izquierda) y contra pasos (movimiento arriba o abajo) en el Plano Cartesiano, es decir: supongamos que se tiene la función $f(x) = 3x + 1$, entonces, primero identificamos la pendiente de la recta (derivada) y el punto de corte (condición inicial), a continuación, se parte del punto de corte y se avanza usando la siguiente regla: a partir del punto avanzar a derecha un paso y subir tantos como diga el número que acompaña la x, así se construye un conjunto de puntos que al unirlos generarán la gráfica de la función lineal. Casi que es un problema de ejercitación motriz, el Plano Cartesiano se puede llevar previamente diseñado con pequeños cuadros para facilitar el recorrido.

Después de hacer varios ejercicios de este tipo podemos proponer a estudiantes de segundo o tercer grado de educación básica primaria hacer la gráfica de 3x o $x + 2$

Conclusión

El conocimiento en general y en particular el matemático, avanza en forma exponencial, no podemos pretender abordar los contenidos temáticos del pasado, porque nos quedamos en el pasado, es necesario depurar dichos contenidos apoyándonos en los instrumentos creados por el ser humano para facilitar el trabajo y abordar nuevos conceptos y nuevas temáticas preparando los escenarios del futuro en el presente. Tampoco podemos pretender que sea necesario que un estudiante aborde los mismos temas que estudiamos cuando estábamos en dichos cursos, el mundo ha cambiado y seguirá cambiando.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acevedo M. y Huertas C. (1999). *Una mirada a la aritmética de la escuela*. Bogotá, Colombia: Grupo editorial Gaia, p. 10.

Allen J, (2007). *El hombre anumérico*. Traducción de José Llosa. Editorial TusQuets, p. 137.

Llinás, R, (2013). El Tiempo. *Cómo funciona el cerebro*. p. 17.

Falk de Losada, M. (1980). *Laboratorios Guías y Talleres de Matemáticas*. Universidad de Cundinamarca, Departamento de Matemáticas, p. 13.

Frabetti, C. (2006). *Malditas matemáticas, Alicia en el país de los números.* La Habana, Cuba: Editorial Gente Nueva. p. 9.

Llinás, R. (2003). *El cerebro y el mito del yo.* Grupo Norma. p. 110.

Llinás, R. (2013). C*ómo trabaja nuestro cerebro*. casa Editorial El Tiempo. p. 7.

Ministerio de Educación Nacional, (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Bogotá.

Márquez, G. (2008). *Documentos de la misión ciencia, educación y desarrollo*. Bogotá: Presidencia de la República de Colombia, t. II, 1995, p. 115-118.

Stewart, I, (2009). *De aquí al infinito*. Editorial Paidos. p. 7.

Valverde, L. (2002). *Estándares curriculares en el área de matemática*. Editorial Asocolme. p. 17.