

# **ECUACIONES DIFERENCIALES PARA EL PROCESO DE FLUJO DE AGUAS SUBTERRÁNEAS A TRAVÉS DEL SUELO Y ANÁLISIS DE LA IMPORTANCIA DE LOS ESTUDIOS DE LOS NIVELES FREATICOS PARA LAS OBRAS CIVILES EN VALLEDUPAR**

Fecha de recibido: 8 de agosto de 2012

Fecha de aceptación: 10 de septiembre de 2012

ALFREDO QUIROZ AYOLA  
DANIER NAVAS PESTANA  
VALERIA CELEDÓN CUELLO  
ANDRÉS BRICEÑO SANTIAGO  
ALEJANDRO SANCHEZ GARCÍA  
SEBASTIÁN GUERRERO ACOSTA

Estudiantes de Ingeniería Geológica,  
Fundación Universitaria del Área Andina.

# RESUMEN

El subsuelo tiende a comportarse de múltiples maneras con respecto al agua muchas, las cuales en contacto con este se clasifican en subterráneas y superficiales, una parte de la información del comportamiento de las aguas subterráneas es su comportamiento con respecto al medio donde se encuentra y el entorno que la rodea, en el siguiente trabajo se expone el desarrollo de las ecuaciones para explicar el flujo del agua para diferentes situaciones específicas, además se realiza el análisis de la situación de la ciudad de Valledupar Cesar en donde es evidente que el nivel freático es causante de los problemas en las obras civiles, con respecto a esto se desea resaltar la importancia de un buen estudio de los niveles freáticos, cuando se necesite realizar una obra civil.

# ABSTRACT

The subsoil tends to behave in multiple ways with regard to the water many, which in touch with this one qualify in underground and superficial, a part of the information of the behavior of the underground waters is his behavior with regard to the way where he is and the environment that surrounds it, in the following work the development of the equations is exposed to explain the flow of the water for differently specific situations, in addition there is realized the analysis of the situation of Valledupar Cesar's city where it is evident that the groundwater level is causative of the problems in the civil works, with regard to this one wants to highlight the importance of a good study of the groundwater levels, when it is necessary realize a civil work.

# INTRO DUCCIÓN

En nuestro planeta el 71% de la superficie terrestre es agua, la otra cuarta parte aproximadamente está representada por tierra, el 1.74% del agua total del mundo es agua dulce, es decir, toda aquella que se encuentra fuera de los mares, gran parte de este pequeño porcentaje esta de manera subterránea. (Abengoa Water) dentro del suelo e interactúa con este. El flujo del agua a través del suelo de manera subterránea presenta variaciones debido a las características del suelo, el cual tiene un sin número de combinaciones de elementos y propiedades dentro de ellas. Como lo son sus diversas presentaciones con respecto a sus formaciones que afectan el flujo o la presencia de agua dentro de este. El suelo puede ser un medio continuo o discontinuo a través del cual se desplaza el agua dependiendo sus características, este flujo es objeto de estudios para múltiples propósitos dentro de la vida diaria hace solo 60 años los proyectos de presas y de estructuras de retención de agua hechas con suelos se basaban casi exclusivamente en reglas empíricas que los constructores se transmitían por tradición oral. Se adoptaban las obras que habían resistido satisfactoriamente los estragos a causa del tiempo y de las aguas, independientemente de la naturaleza de los materiales y de las características del terreno de cimentación. Con el nacimiento de la mecánica de suelos y el conocimiento de los materiales, que con esta se adquirió, ha sido posible analizar bajo un nuevo fulgor el comportamiento de las presas y de las estructuras de retención. A continuación, se investigarán de qué manera explicar el flujo del agua a través del suelo mediante ecuaciones diferenciales, para obtener conclusiones del proceso de flujo del agua a través de los suelos de manera subterránea.

En la ciudad de Valledupar Cesar se presentan situaciones con respecto al nivel freático que afectan en gran medida los proyectos, la importancia de la realización de los estudios de hidrogeología, sea directos o indirectos son de importancia para evitar consecuencias que perjudiquen las obras civiles.

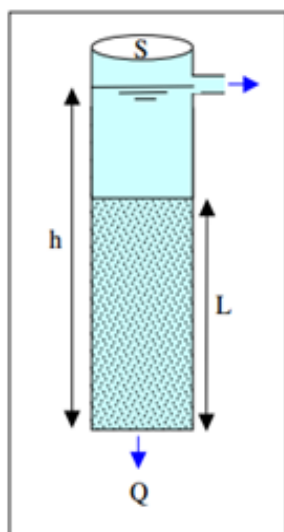
Este artículo tiene como objetivo explicar el proceso de flujo de aguas subterráneas a través del suelo mediante ecuaciones diferenciales y determinar la importancia de los estudios de los niveles freáticos para la realización de una obra civil en Valledupar basados en información indirecta.

# CONSERVACIÓN DE LA MASA

La ecuación de conservación de la masa representa una previsión de la adición y sustracción de masa de una región concreta de un fluido. Pensemos en un volumen fijo e indeformable de un fluido,  $V$ , llamado volumen de control (cv), que tiene un límite de superficie definido, llamado superficie de control (cs). Para que se cumpla la conservación de la masa, la tasa de intercambio de masa por unidad de tiempo dentro del volumen de control tiene que ser igual a la velocidad a la que la masa penetra en el volumen de control más la velocidad a la que éste gana o pierde masa debido a fuentes y sumideros. (Heidi Nepf, 2001)

## Ley de Darcy

El principio básico que rige el movimiento de agua en el seno del acuífero es la ley de Darcy, que establece que el flujo a través de un medio poroso es proporcional a la pérdida de carga, a la sección considerada y la conductividad hidráulica, según la ecuación. (Grupo de Gestión de Recursos Hídricos- Hidrogeoquímica)



$$Q = k S h/L$$

En donde:

$Q$  = caudal de agua.

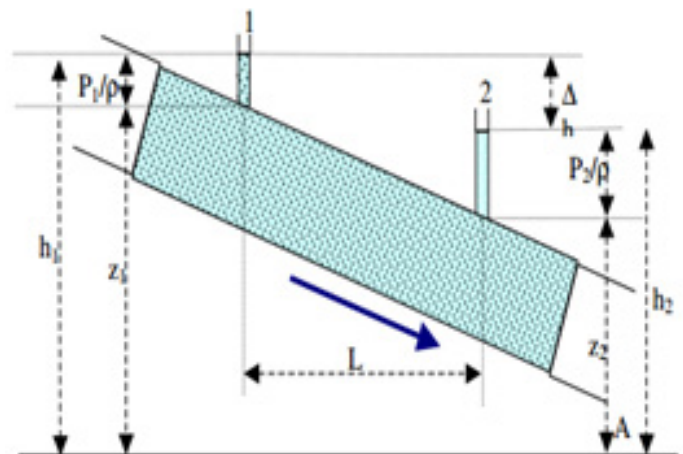
$S$  = sección de flujo.

$k$  = conductividad hidráulica, una medida de la capacidad del medio poroso para transmitir agua.

$H/L$  = pérdida de carga

En consecuencia, la velocidad de flujo será  $v = k i$ , que es conocida como velocidad de Darcy, que asume que el flujo tiene lugar a través de toda la sección considerada, pero realmente el flujo sólo tiene lugar por los espacios porosos, por lo que la velocidad real (velocidad intersticial) será:  $V = v/n$ , en donde  $n$  es la porosidad eficaz. En la figura siguiente se observa que entre los puntos 1 y 2, en la dirección del flujo, hay una pérdida de carga ( $\Delta h$ ), de forma que la expresión de Darcy queda:  $Q = K A Dh/L = K A i$ . (Grupo de Gestión de Recursos Hídricos- Hidrogeoquímica)

En la figura siguiente se observa que entre los puntos 1 y 2, en la dirección del flujo, hay una pérdida de carga ( $\Delta h$ ), de forma que la expresión de Darcy queda:



$$Q = K A Dh/L = K A i$$

# Hipótesis de Dupuit Forcheimer

La ley de Darcy puede resolver sistemas de flujos simples con componentes en una sola dirección, vertical u horizontal. Como gran parte de los acuíferos tienen movimiento en ambas direcciones, estos sistemas deben ser simplificados antes de poder aplicar la fórmula de Darcy. Dupuit en 1863 y Forchheimer en 1901 introdujeron entonces la hipótesis de que el flujo es puramente horizontal y además uniformemente distribuido sobre toda la sección vertical del acuífero. Ha sido comprobado que estas aproximaciones dan soluciones suficientemente exactas para superficies freáticas con pendientes suaves. (Vélez, 1999)

# Acuífero

Un acuífero es una capa de agua que se almacena y transmite en un estrato rocoso permeable de la litósfera de la Tierra, saturando sus poros o grietas y que puede extraerse en cantidades económicamente aprovechables. Los acuíferos pueden ser desde muy someros (poco profundos) y alcanzar profundidades de hasta 3 km. En general, el agua proveniente de las precipitaciones precolará de la superficie de la tierra a través de áreas de recarga del acuífero. (Guillermo Estefani, 2013)

Los acuíferos se recargan en general a través de procesos activos de filtración muy lentos y de muy larga duración que ocurren desde la superficie comparada con los procesos de recarga que ocurren en lagos y arroyos.

# Conservación de masa para flujo en un medio saturado

Consideremos un volumen de control rectangular como el que se muestra en la Figura 1. Este volumen de control tiene dimensiones  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$ , mientras que su centro de masa P se encuentra ubicado en las coordenadas  $(x,y,z)$ .

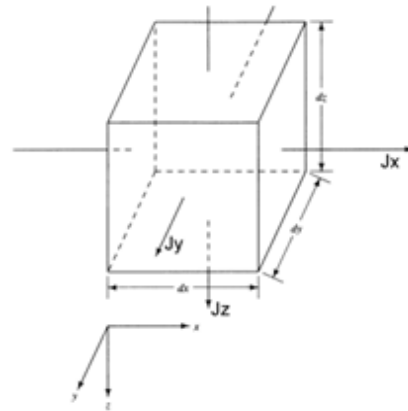


Figura 1. Volumen de Control

Si no existen fuentes o sumideros dentro del área de control, la conservación de la masa establece:

$$\text{El flujo neto de fluido en el área de control} = \text{Tasa de cambio de la masa de fluido dentro del volumen de control}$$

$$G_T = \frac{\partial M}{\partial t}$$

Supongamos que el vector  $\underline{J}$  representa el flujo de masa (masa por unidad de área y tiempo) de agua con densidad  $\rho$  en el punto  $P(x,y,z)$ . Entonces:

$$\underline{J} = \rho \cdot \underline{v} \quad (1)$$

Donde  $\underline{v}$  es el vector de descarga específica. Si nos referimos a la Figura 1, el flujo neto de masa en la dirección x,  $G_x$ , se puede escribir como:

$$G_x = (J_x|_{x-\frac{\Delta x}{2}, y, z} - J_x|_{x+\frac{\Delta x}{2}, y, z}) * \Delta y * \Delta z \quad (2)$$

En forma similar, en las direcciones y & z podemos escribir:

$$G_y = (J_y|_{x, y-\frac{\Delta y}{2}, z} - J_y|_{x, y+\frac{\Delta y}{2}, z}) * \Delta x * \Delta z \quad (3)$$

$$G_z = (J_z|_{x, y, z-\frac{\Delta z}{2}} - J_z|_{x, y, z+\frac{\Delta z}{2}}) * \Delta x * \Delta y \quad (4)$$

El flujo neto de masa dentro del área de control,  $G_x$ , está dado por la suma de las cantidades mostradas en las ecuaciones (2), (3) y (4); esto es:

$$G_T = (J_x|_{x-\frac{\Delta x}{2}, y, z} - J_x|_{x+\frac{\Delta x}{2}, y, z}) * \Delta y * \Delta z + (J_y|_{x, y-\frac{\Delta y}{2}, z} - J_y|_{x, y+\frac{\Delta y}{2}, z}) * \Delta x * \Delta z + (J_z|_{x, y, z-\frac{\Delta z}{2}} - J_z|_{x, y, z+\frac{\Delta z}{2}}) * \Delta x * \Delta y \quad (5)$$

La masa de fluido almacenada dentro del volumen de control está dada por la densidad del fluido, la porosidad del medio y las características geométricas de éste, i.e:

$$M = \rho \cdot n \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (6)$$

Dado que las dimensiones del volumen de control se mantienen fijas en el tiempo, la tasa temporal de cambio de la masa almacenada dentro de éste es:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot n) \quad (7)$$

Una forma alternativa de expresar la tasa de variación temporal de la masa almacenada dentro del volumen de control puede ser derivada a partir de la definición del almacenamiento específico,  $S_s$ . Recordemos la definición de  $S_s$ :

$$S_s = \frac{\Delta V_w}{V_T \cdot \Delta h} \quad (8)$$

Donde  $\Delta V_w$  es el cambio en el volumen de agua liberado por un volumen de acuífero  $V_T$  cuando la carga hidráulica cambia en un  $\Delta h$ . De esta forma, la tasa de variación temporal de la masa almacenada dentro del volumen de control  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ , suponiendo que el fluido no experimenta variación de densidad, es igual a:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \rho \cdot S_s \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (9)$$

Considerando la conservación de masa podemos igualar las expresiones (5) y (9). Al dividir ambas expresiones por  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  obtenemos:

$$-\frac{1}{\Delta x} \cdot (J_x|_{x+\frac{\Delta x}{2}, y, z} - J_x|_{x-\frac{\Delta x}{2}, y, z}) - \frac{1}{\Delta y} \cdot (J_y|_{x, y+\frac{\Delta y}{2}, z} - J_y|_{x, y-\frac{\Delta y}{2}, z}) - \frac{1}{\Delta z} \cdot (J_z|_{x, y, z+\frac{\Delta z}{2}} - J_z|_{x, y, z-\frac{\Delta z}{2}}) = \rho \cdot S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (10)$$

A continuación podemos tomar el límite de la ecuación anterior cuando el tamaño del volumen de control se reduce, es decir,  $\Delta x \rightarrow 0$ ,  $\Delta y \rightarrow 0$ , y  $\Delta z \rightarrow 0$ . En este caso conviene recordar la definición de una derivada parcial:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{J_x|_{x+\frac{\Delta x}{2}, y, z} - J_x|_{x-\frac{\Delta x}{2}, y, z}}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} J_x \quad (11)$$

De esta manera, al reemplazar la definición de una derivada parcial en la ecuación (10) obtenemos:

$$-\left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}\right) = \rho \cdot S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (12)$$

Lo que puede ser escrito en forma reducida como:

$$-\nabla \cdot \underline{J} = \rho \cdot S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (13)$$

Si en la derivación de la ecuación (12) se hubiera utilizado la ecuación (7) el resultado anterior se habría modificado como sigue:

$$-\nabla \cdot \underline{J} = (\rho \cdot \underline{n}) \frac{\partial}{\partial t} \quad (14)$$

A continuación tratemos de expresar la ecuación (12) en términos de cantidades o variables de importancia en aguas subterráneas. El lado izquierdo de la ecuación (12) puede ser expandido utilizando la definición del flujo másico,  $J$ , dado por la ecuación (1):

$$-\nabla \cdot \underline{J} = -\nabla \cdot (\rho \cdot \underline{v}) = -\rho \nabla \cdot \underline{v} - \underline{v} \cdot \nabla \rho \quad (15)$$

En la mayoría de los problemas prácticos, el segundo término en la ecuación (15) es despreciable con respecto a los otros términos en la ecuación básica de continuidad. Por ejemplo, en una situación que involucra un fluido incompresible como el agua, la variación de densidad del fluido es prácticamente nula. De esta manera, podemos escribir para la ecuación (12):

$$-\nabla \cdot \underline{v} = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (16)$$

En la cual se ha eliminado el segundo término en la expansión de la ecuación (14) y se ha dividido por la densidad del fluido.

Utilizando la ley de Darcy podemos desarrollar aún más la ecuación (16) para obtener una expresión más completa de la ecuación básica de continuidad. En este caso, si suponemos que el medio poroso es heterogéneo y anisótropico, y que además el sistema de coordenadas  $x, y, z$  está alineado con las direcciones principales de anisotropía, podemos escribir a partir de la ley de Darcy:

$$V_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad (17a)$$

$$V_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad (17b)$$

$$V_z = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (17c)$$

Substituyendo la expresión de la ley de Darcy en la ecuación básica de continuidad se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (18)$$

La ecuación (18) es un resultado fundamental para el flujo a través de un medio poroso saturado, bajo condiciones transientes. Si consideramos que el medio es homogéneo pero anisótropico, la ecuación (18) se puede escribir como sigue:

$$\left( K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) + \left( K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \left( K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (19)$$

Si consideramos un escurrimiento en régimen permanente o estacionario, y que además el medio acuífero es homogéneo e isotrópico ( $K_x = K_y = K_z = \text{constante}$ ), podemos escribir la ecuación (19) de la siguiente forma:

$$\left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (20)$$

La que comúnmente se conoce como la ecuación de Laplace. En forma reducida esta ecuación se puede escribir como:

$$\nabla^2 h = 0 \quad (21)$$

Donde  $\nabla^2$  es el operador Laplaciano. (Espinoza y Niño, 2001)

**TABLA I: Valores de k en cm/seg**

	100	10	1	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-8</sup>	10 <sup>-9</sup>
Drenaje	Bueno			Pobre				Prácticamente impermeable				
Tipo de suelo	Grava limpia		Arenas limpias y mezclas limpias de arena y grava			Arenas muy finas, limos orgánicos e inorgánicos, mezclas de arena, limo y arcilla, morenas glaciares, depósitos de arcilla estratificada			Suelos "impermeables", es decir, arcillas homogéneas situadas por debajo de la zona de descomposición			
				Suelos "impermeables", modificados por la vegetación o la descomposición. <sup>a</sup>								
Determinación directa de k	Ensayo directo del suelo "in situ" por ensayos de bombeo. Se requiere mucha experiencia, pero bien realizados son bastante exactos.											
	Permeámetro de carga hidráulica constante. No se requiere mayor experiencia.											
Determinación indirecta de k	Permeámetro de carga hidráulica decreciente. No se requiere mayor experiencia y se obtienen buenos resultados		Permeámetro de carga hidráulica decreciente. Resultados dudosos. Se requiere mucha experiencia.			Permeámetro de carga hidráulica decreciente. Resultados de regular a bueno. Se requiere mucha experiencia.						
	Por cálculo, partiendo de la curva granulométrica. Sólo aplicable en el caso de arenas y gravas limpias sin cohesión.									Cálculos basados en los ensayos de consolidación. Resultados buenos. Se necesita mucha experiencia		

Figura 2. Flujo en un Acuífero Confinado

Podemos determinar  $10^{-4}$  (-4) cm/s puede ser la medida mínima de permeabilidad en donde se situaría algunas arenas finas, limo entre otros, esta medida de k está correspondiendo a poros entre 0.2 a 10 mm aproximadamente. (Vélez, 1999)

Ahora bien hablando en términos de cálculo el resultado básico en la ecuación (14) sigue siendo válido, pero dado que el medio se encuentra sólo parcialmente saturado la humedad  $\theta$  debe reemplazar a la porosidad  $n$  en el término del lado derecho. De esta manera,

$$-\nabla \cdot \underline{J} = (\rho \cdot \theta) \frac{\partial}{\partial t} \quad (22)$$

De acuerdo a algunos autores (Freeze y Cherry, 1979), al expandir el término del lado derecho se puede despreciar la variación temporal de la densidad del fluido comparada con la variación temporal del contenido de humedad. De esta manera, al expandir la ecuación (22) se obtiene:

$$-\nabla \cdot \underline{J} = \rho \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} + \theta \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \approx \rho \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (23)$$

# ECUACIÓN DE FLUJO EN SITUACIONES ESPECÍFICAS

## Flujo a Través de un Medio Poroso No Saturado

En el caso de los suelos hablamos de un medio poroso, cuando el espacio del suelo que no está ocupado por partículas solidad que conforman el mismo, son de tal tamaño que permiten el paso del agua o su flujo a través de dichos poros. En la naturaleza de los suelos todos tienen poros pero no todos son lo suficientemente grandes como para ser permeables, según la siguiente imagen:



Reemplazando la expresión del flujo másico,  $J$ , dada en la ecuación (1) y simplificando se obtiene:

$$-\nabla \cdot \underline{v} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (24)$$

Substituyendo la expresión de la ley de Darcy para flujo no saturado podemos escribir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K(\Psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K(\Psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(\Psi) \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (25)$$

Finalmente, considerando que la cota piezométrico  $h$  puede ser escrita como  $h = \psi + z$ , podemos reescribir la ecuación (25) de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(\Psi) \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial z} + 1 \right] \right) = C(\Psi) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

$$\text{Donde } C(\Psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \quad (26)$$

Es la capacidad específica de un suelo. (Espinoza y Niño, 2001)

## Flujo en un Acuífero Confinado

Acuíferos confinados También llamados cautivos, a presión o en carga. El agua está sometida a una presión superior a la atmosférica y ocupa totalmente los poros o huecos de la formación geológica, saturándola totalmente. No existe zona no saturada. Si perforamos, el nivel de agua asciende hasta situarse en una determinada posición que coincide con el nivel de saturación del acuífero en el área de recarga. Si la topografía es tal que la boca del pozo está por debajo del nivel del agua, el pozo es surgente o artésiano; si no es así el nivel del agua ascenderá hasta el nivel correspondiente, pero no será surgente. La superficie piezométrico es una superficie ideal resultante de unir todos los niveles en diferentes perforaciones que capten el acuífero. (Grupo de Gestión de Recursos

En este caso supongamos que el flujo es horizontal y bidimensional, es decir,  $V_z \ll V_x, V_y$ . Si repetimos los argumentos dados en un principio para desarrollar un balance de masas usando un volumen de control de dimensiones  $b \cdot \Delta x \cdot \Delta y$ , podemos escribir para el flujo de agua hacia el volumen de control lo siguiente (ver Figura 2):

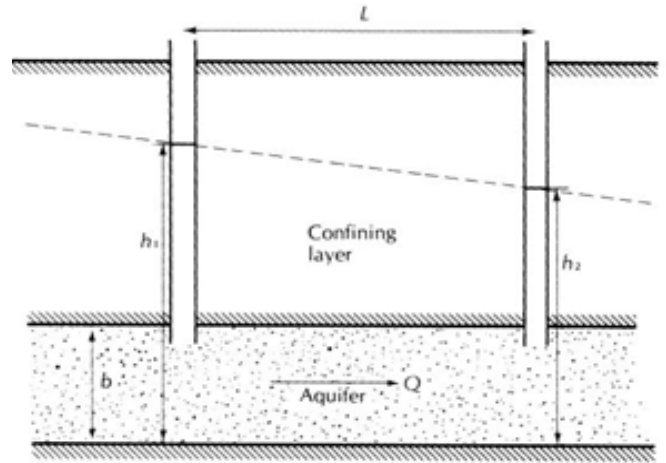


Figura 2. Flujo en un Acuífero Confinado

$$\underline{q}^* = \rho \cdot b \cdot \underline{v} = -\rho \cdot b \cdot \underline{k} \cdot \nabla h = -\rho \cdot \underline{T} \cdot \nabla h \quad (27)$$

Donde  $K$  y  $T$  son el tensor conductividad hidráulica y el tensor transmisibilidad, respectivamente. El flujo neto de agua que pasa a través del área de control,  $G_T$ , es:

$$\underline{G}_T = \left( \underline{q}^*_x \Big|_{x - \frac{\Delta x}{2}, y} - \underline{q}^*_x \Big|_{x + \frac{\Delta x}{2}, y} \right) * \quad (28)$$

$$\Delta y + \left( \underline{q}^*_y \Big|_{x, y - \frac{\Delta y}{2}} - \underline{q}^*_y \Big|_{x, y + \frac{\Delta y}{2}} \right) * \Delta x$$

La tasa de cambio del fluido contenido dentro del volumen de control mostrado en la Figura 2 se deriva desde la definición de  $S$ :

$$S = \frac{\Delta V_w}{A \cdot \Delta h} = \frac{\Delta V_w}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta h} \quad (29)$$

A partir de lo anterior, la tasa de variación de la masa de fluido contenida en el volumen de control puede ser escrita como:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (30)$$

Al considerar las condiciones de continuidad y tomando el límite cuando el volumen de control se hace infinitesimalmente pequeño se obtiene:

$$-\left(\frac{\partial q_x^*}{\partial x} + \frac{\partial q_y^*}{\partial y}\right) = \rho \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (31)$$

Finalmente, al reemplazar la expresión del flujo másico a través del volumen de control se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (32)$$

Donde  $S=S_y$ ; b es el coeficiente de almacenamiento, y suponiendo que  $x$  e  $y$  son las direcciones principales de anisotropía para la transmisibilidad. (Espinoza y Niño, 2001)

## Flujo en un Acuífero NO Confinado

Acuíferos libres También llamados no confinados o freáticos. En ellos existe una superficie libre y real del agua encerrada, que está en contacto con el aire y a la presión atmosférica. Entre la superficie del terreno y el nivel freático se encuentra la zona no saturada. El nivel freático define el límite de saturación del acuífero libre y coincide con la superficie piezométrico. Su posición no es fija sino que varía en función de las épocas secas o lluviosas. Si perforamos total o parcialmente la formación acuífera, la superficie obtenida por los niveles de agua de cada pozo forman una superficie real: superficie freática o piezómetro, que coinciden.

En este caso supongamos que el flujo es horizontal y bidimensional, para lo cual recurriremos a la hipótesis de Dupuit-Forcheimer; es decir la pendiente del nivel freático o plano de carga es muy pequeña con lo cual la velocidad vertical es prácticamente despreciable y por lo tanto el flujo es horizontal. La aproximación de Dupuit nos permite escribir:

$$q^* = \rho \cdot h \cdot \underline{v} = -\rho \cdot h \cdot \underline{K} \cdot \nabla h \quad (33)$$

Donde K es el tensor conductividad, h es el espesor saturado,  $\rho$  es la densidad del fluido y  $q^*$  es el flujo de masa por unidad de ancho. Considerando conservación de masa sobre el volumen de control indicado en la Figura 3 nos permite escribir, al igual que para un acuífero confinado:

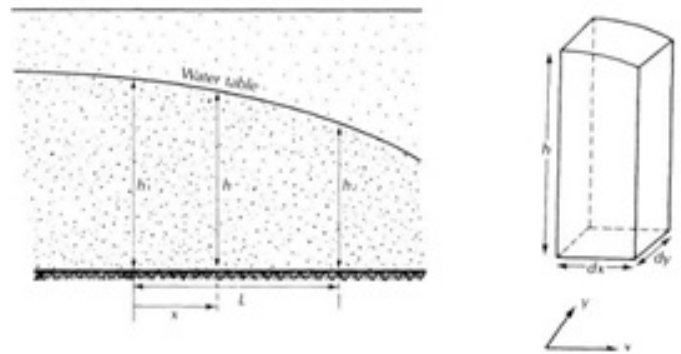


Figura 3. Flujo en un Acuífero No Confinado o Libre

$$\begin{aligned} & \left( q_x^* \left| x - \frac{\Delta x}{2}, y - q_x^* \left| x + \frac{\Delta x}{2}, y \right) \cdot \right. \\ & \Delta y + \left( q_y^* \left| x, y - \frac{\Delta y}{2} - q_y^* \left| x, y + \frac{\Delta y}{2} \right) \cdot \right. \\ & \Delta x = \rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot \\ & \Delta y \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned} \quad (34)$$

Donde S es el coeficiente de almacenamiento, el cual para un acuífero confinado coincide con la capacidad específica,  $S_y$ , la que mide el volumen de agua que se libera de almacenamiento por unidad de área y de cambio unitario en la carga hidráulica h.

Si dividimos por  $\Delta x \cdot \Delta y$  y luego tomamos el límite cuando el volumen de control se hace infinitesimalmente pequeño obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial x} (K_x \cdot h \cdot \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \cdot h \cdot \frac{\partial h}{\partial y}) = s_y \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (35)$$

Donde x e y son las direcciones principales de anisotropía para la conductividad hidráulica. (Espinoza y Niño, 2001)

Si dividimos por la densidad del fluido y reemplazamos la definición de los flujos en las direcciones x e y obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial x} (T_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (T_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}) + W_2 - W_1 = S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Donde  $W^* = \rho \cdot W$  (Espinoza y Niño, 2001)

## Flujo en un Acuífero Confinado Rodeado por Dos Estratos Permeables

Consideremos el caso de un acuífero confinado como en la Figura 2, el cual está acotado superior e inferiormente por estratos permeables (ver Figura 4). En este caso  $W_1$  y  $W_2$  son los flujos verticales que atraviesan a través de cada estrato entrando y saliendo del volumen de control. En este caso se supone que el flujo en el acuífero confinado es básicamente horizontal, mientras que en los estratos confinantes (acuitardos) el flujo es vertical.

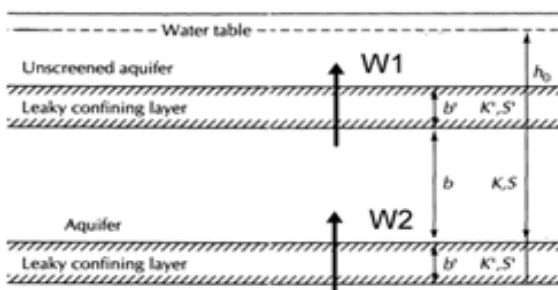


Figura 4. Acuífero Confinado Rodeado por Estratos Semipermeables

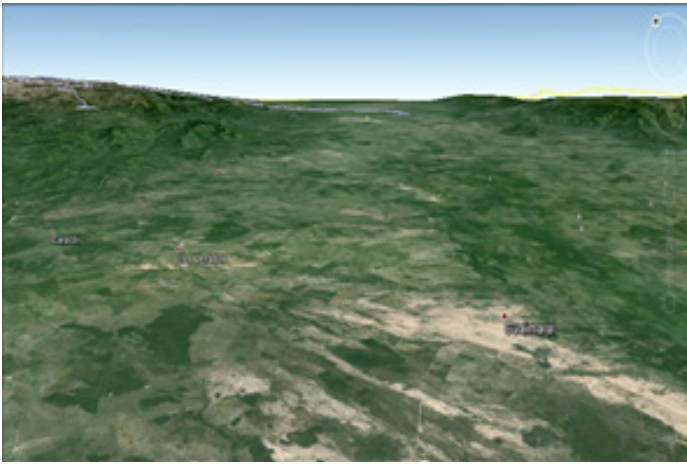
Luego de aplicar conservación de masa al volumen de control se obtiene:

$$-\left(\frac{\partial q_x^*}{\partial x} - \frac{\partial q_y^*}{\partial y}\right) + W_2^* - W_1^* = \rho \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (36)$$

## Análisis de la situación con respecto al nivel freático en Valledupar

El Valledupar capital del Cesar se evidencia el nivel freático y acuíferos con alturas muy cerca de la superficie, la topografía y geología que rodean la ciudad hacen que esta sea punto de encuentro de muchas fuentes hídricas, a lado y lado tiene serranías de gran magnitud que despiden grandes cantidades de agua en todo momentos, dicho liquido baja al punto del valle donde se encuentra la ciudad.





Se sabe que a 2.4 ya se está encontrado el nivel freático eso es evidencia de que es subsuelo está saturado más en las épocas de lluvia. Y es que Hace algunos años cuando llovía en Valledupar, del cien por ciento de las aguas que caían, el 20 % corría por las calles de la ciudad y el 80 se infiltraba, pero en la actualidad el 80 corre y el 20 se infiltra.

“La porción de agua que se infiltra entra a alimentar los acuíferos, las aguas subterránea y las aguas freáticas; si la cantidad de agua que se almacena o entra es superior a lo que se puede retener, entonces las aguas comienza a subir y por eso se ven las zonas encharcadas, eso ya no lo vemos en Valledupar porque ahora el agua corre”, menciona el Ing. Agrícola Luis Ramón Cuello.



Además de la topografía en Valledupar A través del estudio Evaluación del potencial del agua subterránea en los municipios de Curumaní, Pailitas, Tamalameque, Pelaya, La Gloria, Gamarra, Aguachica, Río de Oro, San Martín, San Alberto y Valledupar, la Corporación Autónoma Regional del Cesar, Corpocesar, estableció que en la capital del Cesar hay 228 aljibes (pozo de balde), 25 pozos y un manantial, para un total de 259 puntos de agua. Lo que hace aún más evidente la presencia de acuíferos y nivel freático cerca de la superficie. Últimamente las aguas subterráneas han sido causantes de problemas y contratiempos para las construcciones de grandes edificaciones como en este momento lo son el estadio y Megamall, los cuales durante las excavaciones para realizar los cimientos han presentado inundaciones por parte del nivel freático, además de que estas aguas han ocasionado problemas en los Jardines Santo Ecce Homo y Unicentro durante su construcción.

En la imagen anterior se pueden observar los puntos donde se ha presentado inconvenientes con respecto al nivel freático durante la construcción de obras civiles, se puede afirmar que Valledupar cuenta con problemas de niveles freáticos, más por el crecimiento de construcciones que ha aumentado últimamente, lo que puede estar acabando con este.

A causa del nivel freático se pueden presentar problemas como inestabilidad de taludes, hundimiento de terraplenes en las obras ya construidas, en las obras en proceso las inundaciones pueden aumentar los costos, tiempo, alcance, calidad, y las inversiones en técnicas que permitan el avance de la construcción.

# CONCLUSIONES

En Valledupar la solución ante este problema es la preparación, realizar un buen estudio de los niveles freáticos y enfocar el plan de proyecto prevenido para estos inconvenientes y darle un buen manejo a estas aguas es la solución más viable, dentro de este estudio se describe el comportamiento de las aguas subterráneas tanto a dirección, flujo, presiones basados la mayoría de las veces en análisis de software especializados que funcionan a base de ecuaciones como las descritas en el desarrollo de este proyecto. (El Pilón, 2015)

Durante el desarrollo de las ecuaciones para el flujo del agua podemos afirmar que el nivel de saturación del medio por el que se transporta el agua, hace que si flujo tenga diferente comportamiento, tanto en su dirección como en su presión.

La porosidad del medio por el cual se transporte el agua es de fundamental importancia a tener en cuenta puesto que es causante de la disminución de presiones y velocidad.

En el caso de un acuífero o de una situación puntual del estudio del flujo de aguas subterráneas la manera en cómo se encuentre formado en el subsuelo lo es todo, puesto a que su comportamiento cambia totalmente en todos los parámetros debido a las características y entorno que lo rodea.

Con respecto a los casos en Valledupar, el estudio del nivel freático o la determinación de acuíferos antes de iniciar la planeación es de vital importancia puesto, que con este datos proyectar las acciones para control del este nivel evitar inconvenientes y contratiempo.

# REFE RENCIA

Abengoda Water. La energía del cambio- ¿cómo está distribuida el agua del planeta?

EL PILÓN. (25 julio, 2015). Valledupar queda sin niveles freáticos

Espinoza, C y Niño, Y. (2001). Ecuaciones básicas de flujo y transporte en aguas subterráneas CI71D Modelación Numérica en Ingeniería Hidráulica y Ambiental

Guillermo Estefani (2013).  
¿Qué es un acuífero?

Grupo de Gestión de Recursos Hidricos-  
Hidrogeoquímica. Lección 4. Flujo de agua en medios porosos. Ley de Darcy. Permeabilidad. Transmisividad. Velocidad de flujo. Potencial hidráulico. Líneas equipotenciales. Gradiente hidráulico. Piezometría. Universidad Jaime I de Castellón.

Grupo de Gestión de Recursos Hidricos-  
Hidrogeoquímica. Lección 8. Acuíferos (I): concepto. Acuíferos, acuíferos y acuíferos y acuíferos. Zonas de un acuífero. Tipos de acuíferos. Acuíferos libres, confinados y semiconfinados. Acuíferos multicapa. Transiciones y límites de los acuíferos. Universidad Jaime I de Castellón.

Heidi Nepf (2001). Procesos de transporte en el medio ambiente. Mitopencourseware/Massachusetts Institute of Technology Universia.

Vélez, María. (1999). Hidráulica de aguas subterráneas Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín: 2° edición.